

Tam sayılarda çarpma ve bölme

Öncelikle klasik anlatıma bakalım , daha sonra her bir işlemi anlamlandıralım .
Tam sayılarda çarpma ve bölmenin kuralları aynıdır .

işaretlerin durumu ;

$$\begin{array}{l} + \cdot + = + \\ - \cdot - = + \\ + \cdot - = - \\ - \cdot + = - \end{array}$$

Aynı işaretlerin çarpımı
veya bölümü + dır .

Zıt işaretlerin (biri + ,
diğeri - gibi) çarpımı veya
bölümü - dır .

Şimdi işlemleri yapalım ;

“işaretle işaret , sayıyla sayı”

+ ile + nın çarpımı + dır.

$$(+5) \cdot (+9) = (+45)$$

5 ile 9 un çarpımı 45 dir

- ile - nin çarpımı +

$$(-6) \cdot (-5) = (+30)$$

6 ile 5 in çarpımı 30

+ ile - nin çarpımı -

$$(+7) \cdot (-3) = (-21)$$

7 ile 3 ün çarpımı 21

- ile + nın çarpımı -

$$(-8) \cdot (+6) = (-48)$$

6 ile 8 in çarpımı 48

Çarpmada geçerli olan kurallar bölme için de geçerlidir ,

+ , + ya bölündü sonuç + oldu

$$(+ 32) : (+ 8) = (+ 4)$$

32 , 8 e bölündü sonuç 4 oldu.

- , - ye bölündü sonuç + oldu.

$$(- 24) : (- 8) = (+ 3)$$

24 , 8 e bölündü sonuç 3 oldu .

- , + ya bölündü sonuç -

$$(- 42) : (+ 7) = (- 6)$$

42 , 7 ye bölündü sonuç 6 oldu.

+ , - ye bölündü sonuç - oldu.

$$(+ 30) : (- 15) = (- 2)$$

30 , 15 e bölündü sonuç 2 oldu.

Çarpmanın anlamı ve işaretler

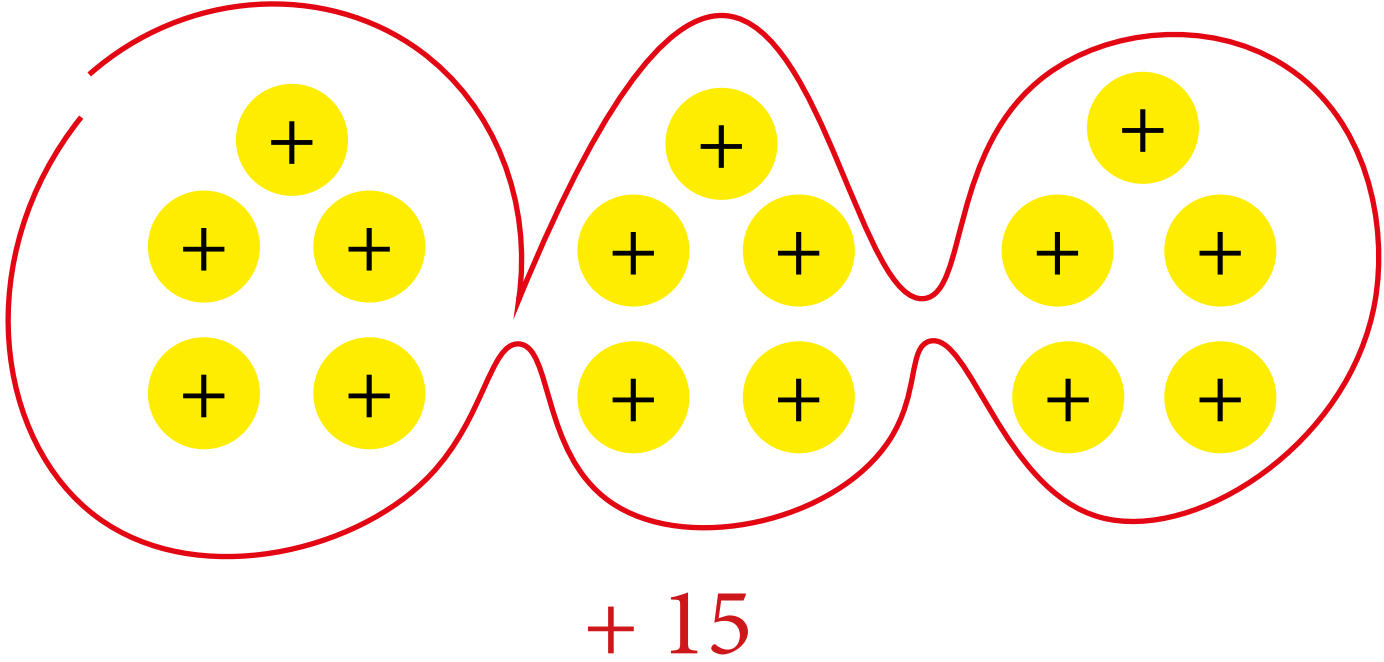
Pozitifler , pozitifin çarpımı $(+) \cdot (+) = (+)$

Çarpma tekrarlı toplama dır.

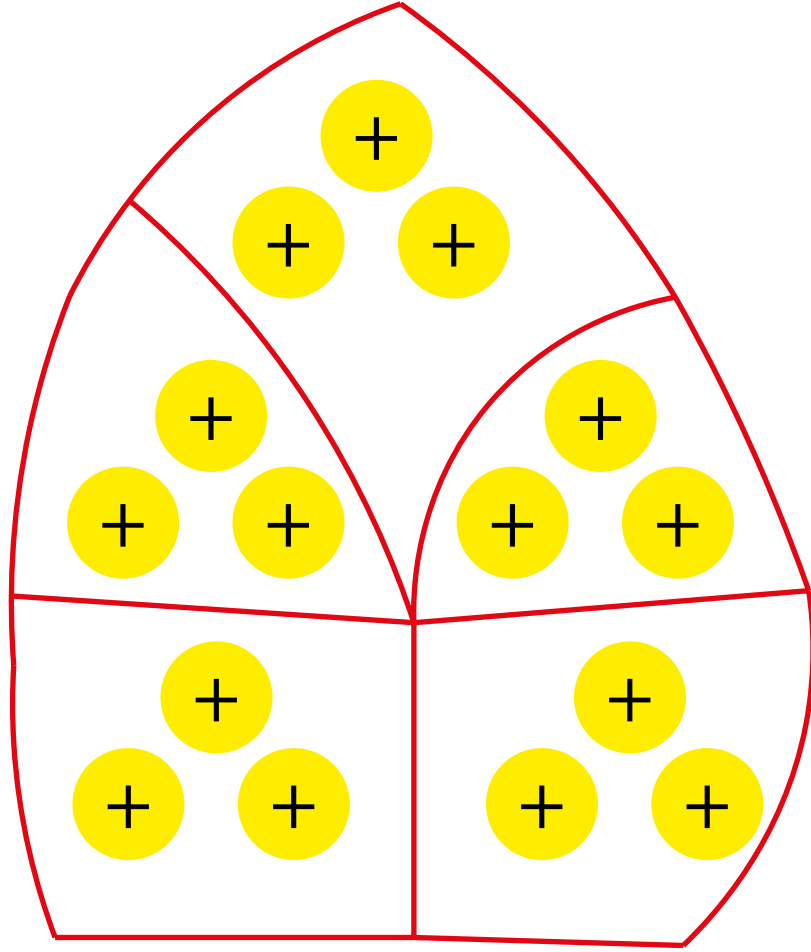
Bunu ilkokuldan itibaren yapıyorsunuz , sadece işaretlerini koymuyorduk . 3 ile 5 i çarptığımızda aslında +3 ile +5 i çarpıyoruz .

Örneğin ;

$3 \cdot 5 = 3$ tane 5 i topla , ya da 5 tane 3 ü topla anlamlarına gelir .
(çünkü çarpmada değişme özelliği var)



3 tane +5 in toplamı = + 15 yapar.



+ 15

5 tane 3 ün toplamı ; $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$

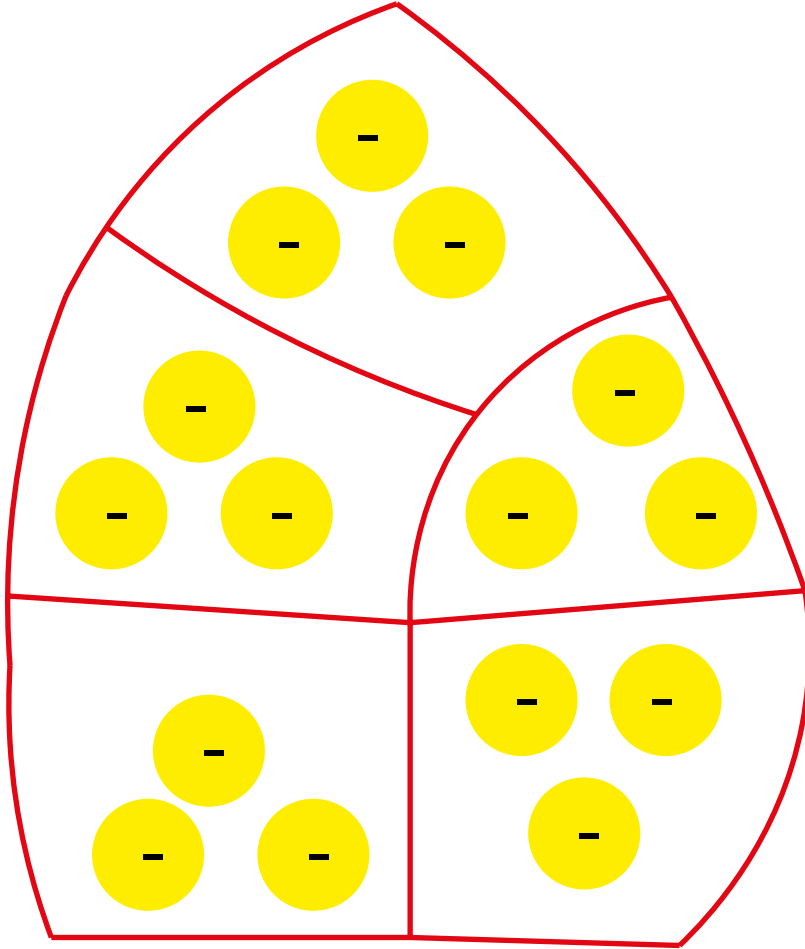
$(+ 3) . (+ 5)$ işleminin $3 . 5$ işleminden bir farkı yoktur .

$3 . 5$ de \gg 3 tane 5 ya da 5 tane 3 ..

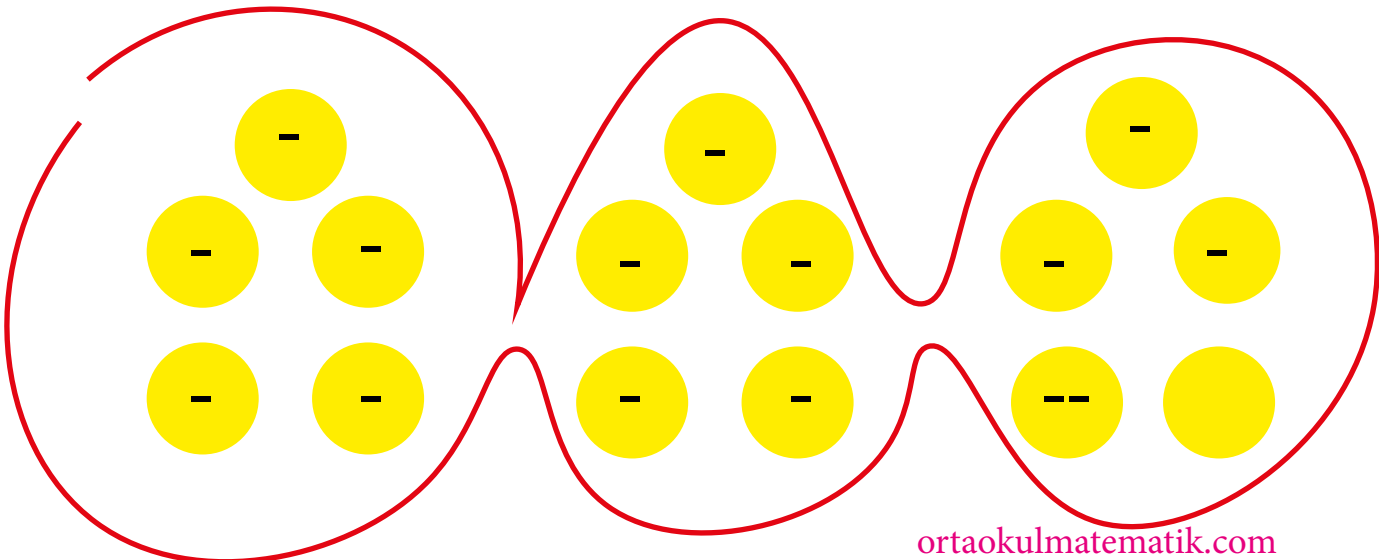
Pozitifler , Negatifin çarpımı $(+) . (-) = (-)$

$(+ 5) . (- 3)$ ya da $(- 5) . (+ 3)$ işlemlerinin ne anlama gelebileceğine bakalım ;

5 tane -3 ün toplamı ya da 3 tane -5 in toplamı kaçtır ? anlamlarına gelir .



$$5 \text{ tane } -3 = -15$$



$$3 \text{ tane } -5 = -15$$

Negatifle , Negatifin çarpımı (-) . (-) = (+)

Negatifle , negatifin çarpımı neden pozitif yapar ? anlaşılması en zor olan durumlardan biridir .

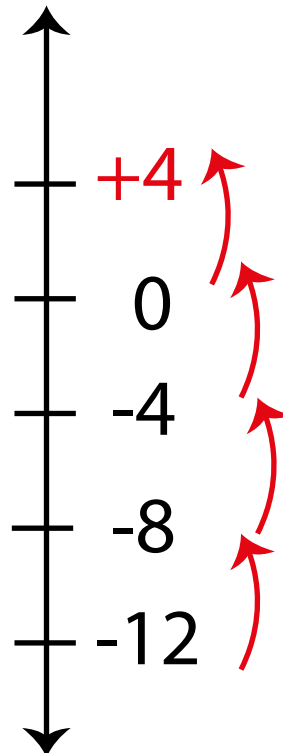
3 ile 5 i çaptığınızda bunun anlamı 3 tane 5 in toplamıdır , ya da 5 tane 3 ün ..peki , (-3) . (-5) in anlamı ne olabilir ? , -3 tane -5 ..nasıl olacak ? pek mantıksal gözüküyor ..

Bunun ispatını bu seviyede sizlere göstermeyeceğiz ancak , bir örüntüyle negatifle negatifin çarpımın ne olması gerektiğini yorumlayalım ;

$$\begin{array}{l} 3 . (-4) = - 12 \\ 2 . (-4) = - 8 \\ 1 . (-4) = - 4 \\ 0 . (-4) = 0 \\ (-1) . (-4) = ?? \end{array}$$

Örüntünün sağ ve sol kısımlarına dikkat edin , 3..2..1..0 ve -1 ..-12 , - 8 , -4 , 0 ve -1 Sağ kısımlara baktığımızda , -12 , -8 , -4 , 0 ve ??

sayı doğrusunu hatırlayalım ;



$$(-1) . (-4) = +4$$

olmalı ..

Bölmenin anlamı ve işaretler

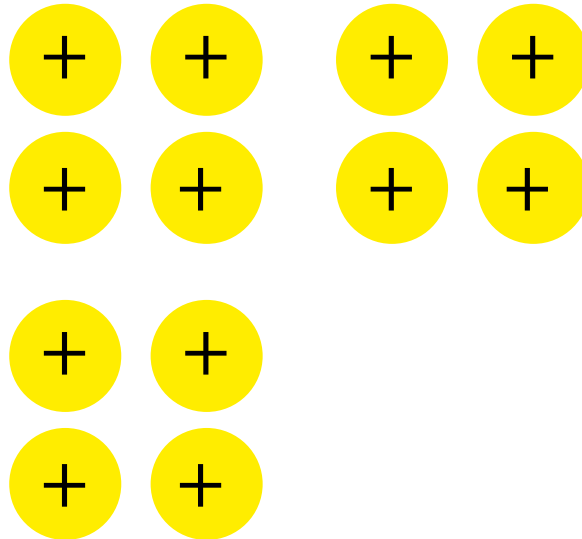
Bölmenin anlamı :

Bölme , “eş gruplandırma” demektir .

Verilen bir topluluktan ya grup sayınız ya da bir gruptaki sayı (madde miktarı) belli olup , kaç eş grup elde edebileceğimizi hesaplamaktır. Anlaşılması zor olabilir ..

Pozitifler , pozitifin bölümü , $(+) : (+) = +$

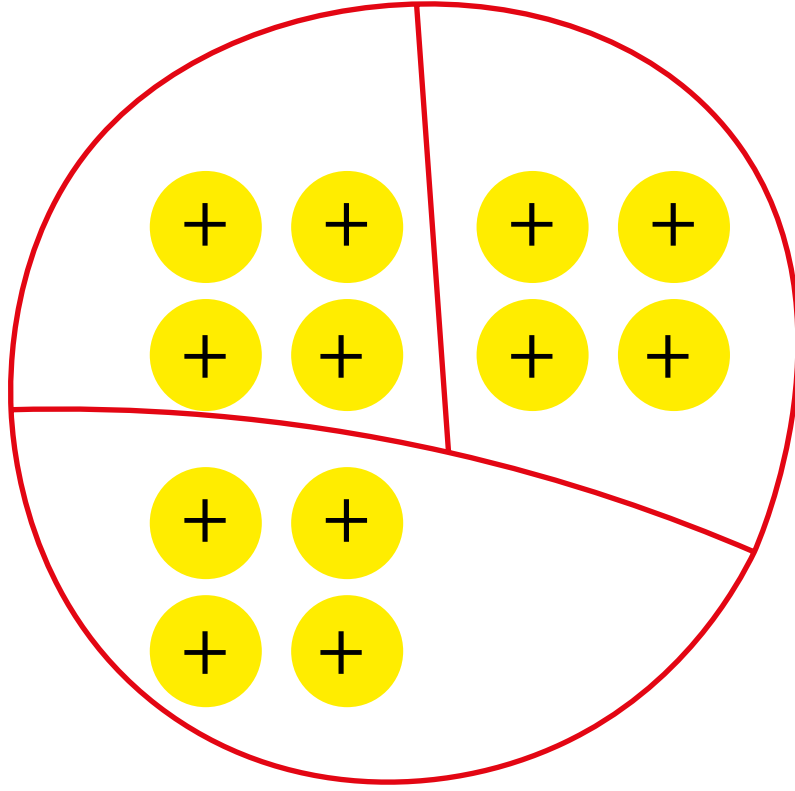
Bölmeyi ilkokuldan itibaren yapıyorsunuz , sadece işaretlerini koymuyordunuz .
 $(+ 12) : (+ 3)$ işlemini modelleyelim ;



$(+ 12) : (+ 3)$ ile , 12:3 arasında herhangi bir fark yoktur .

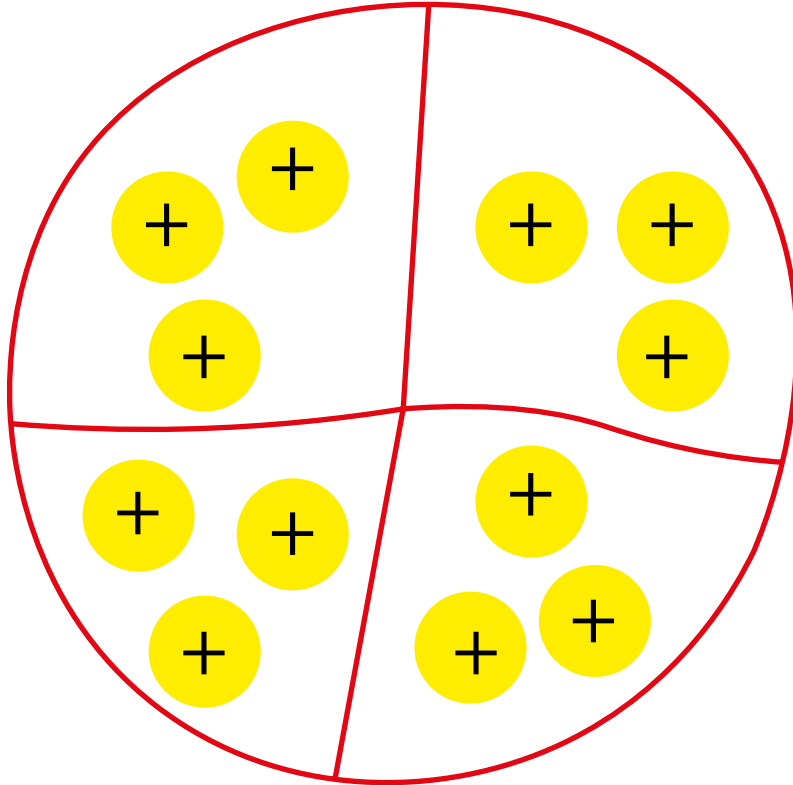
12:3 anlamı ;

12 yi 3 gruba ayırdığımızda bir grupta kaç olur ? ya da ,
bir grupta 3 tane olacak şekilde ayırdığımızda kaç grup oluşur ?



$$(+ 12) : (+ 3) = 4$$

12 yi üç gruba ayırdık , her bir grupta 4 tane + oldu . Sonuç +4



+ 12 yi , her bir grupta +3 olacak şekilde grupladığımda 4 tane grup elde ettim .

Negatifin , Negatife Bölümü (-) : (-) = +

(- 6) : (- 2) ifadesinin ne anlama geldiğine bakalım ;

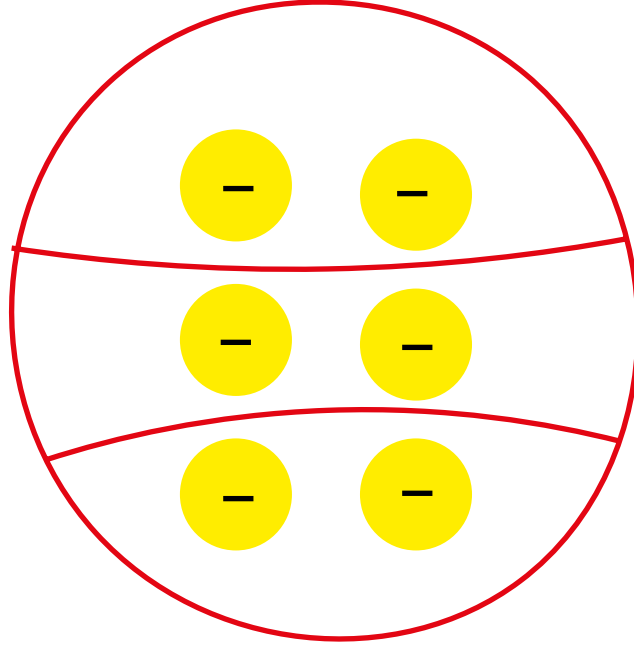
(- 6) yı , - 2 gruba ayırdığımda her bir grupta kaç olur ?

(- 6) yı her bir grupta - 2 tane olacak şekilde ayırdığımda kaç grup oluşur ?

- 2 grup kulağa biraz saçma geliyor .. - 2 tane grup nasıl oluşturabiliriz ki ?

En iyisi diğer anlama bakalım ;

- 6 yı , her bir grupta - 2 olacak şekilde gruplara ayıralım ;



$$(- 6) : (- 2) = + 3$$

- 6 yı her bir grupta - 2 olacak şekilde gruplara ayırdığımda 3 grup elde ettim , dolayısıyla negatifin , negatife bölümü pozitiftir .

$$(-) : (-) = (+)$$

Negatifin pozitive bölümü $(-) : (+) = (-)$

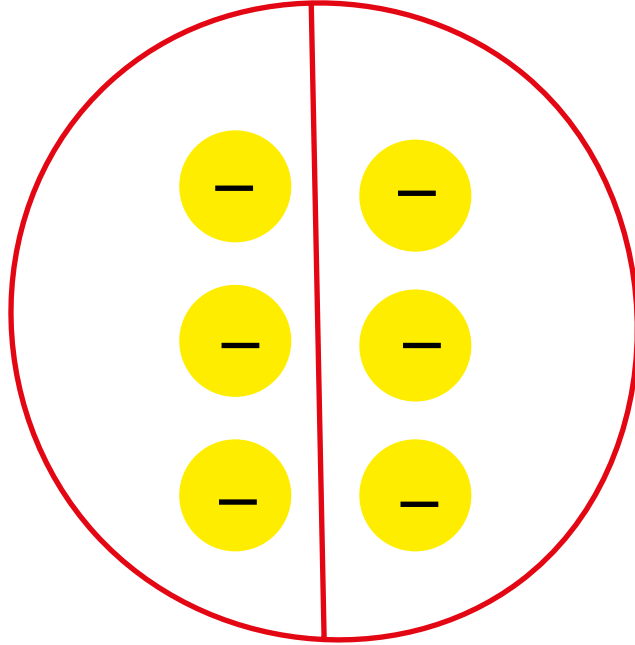
$(- 6) : (+ 2)$ ye bölelim ;

-6 nın +2 ye bölünmesinin anlamı ;

-6 yı 2 gruba ayırdığımızda her bir grupta kaç olur ? ya da

-6 yı bir grupta +2 olacak şekilde eş gruplara ayırdığımızda kaç grup elde edebilirim .

-6 nın , her bir grupta +2 olacak şekilde gruplara ayrılması kulağa biraz mantıksız geliyor , en iyisi -6 yı 2 gruba ayıralım ve bi grupta kaç var ona bakalım .



$$(- 6) : (+ 2) = (- 3)$$

-6 yı , 2 gruba ayırdığımızda her bir grupta -3 var ..

Dolayısıyla , negatifin , pozitive bölümü negatiftir .

$$(-) : (+) = (-)$$

Pozitifin , negatife bölümü (+) : (-) = (-)

Modellemesi en zor durumlardan biri pozitifin negatife bölümüdür , çünkü bölmenin anlamından yola çıkarak bir yere varamıyoruz .

Bakalım ;

$$(+ 6) : (- 2) \text{ nin anlamı ;}$$

+6 yı , her bir grupta -2 olacak şekilde gruplara ayırdığımda kaç grup elde edebilirim ?
+6 yı -2 tane gruba ayırdığımda bir grupta kaç olur ?

Her iki cümle de , kulağa biraz mantıksız gelmekte , bakalım ;

“+6 yı , her bir grupta -2 olacak şekilde gruplara ayırdığımda kaç grup elde edebilirim ?”

elimizde 6 tane pul olduğunu düşünelim , her bir grupta -2 elde etmem lazım ,
+ pullardan , + sayılardan nasıl - elde edebileceğim ?

+6 yı -2 tane gruba ayırdığımda bir grupta kaç olur ?

Gruplar somut birşeydir , peki -2 grup nasıl olacak ?

Peki , başka bir yöntem deneyelim , çarpmada kullandığımız örüntüye benzer bir örüntü oluşturalım.

$$\begin{array}{l} (- 6) : (- 2) = + 3 \\ (- 5) : (- 2) = + 2,5 \\ (- 4) : (- 2) = + 2 \\ (- 3) : (- 2) = + 1.5 \\ (- 2) : (- 2) = + 1 \\ (- 1) : (- 2) = + 0.5 \\ (0) : (- 2) = 0 \\ (+ 1) : (- 2) = ?? \end{array}$$

Örüntüye dikkat ederseniz sol taraf birer birer artarak en son +1 e gelmiş , sağ taraf ise yarım yarım azalarak en son 0 'dan da yarım azalacak ve eksiye düşecek - 0.5 olmalı ..

$$(+ 1) : (- 2) = - 0,5$$

Dolayısıyla , pozitifin , negatife bölümü negatiftir .

$$(+) : (-) = (-)$$

Ortaokulmatematik.com
“Gazi ÇOTAK”